

受験番号	
------	--

(受験番号を記入すること)

2023 年度

東京大学大学院工学系研究科

航空宇宙工学専攻 入学試験問題

専門科目 (午前)

時間： 9:00～12:00

注意事項

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開かないこと。
2. 4科目中3科目を選択して解答すること。
3. 解答用紙3枚が渡されるので、1科目ごとに1枚の解答用紙を使用すること。
4. 解答用紙には、科目名及び受験番号を記入すること。
5. 解答用紙及び問題冊子は持ち帰らないこと。



流体力学（午前）

図 1 に示すように、一様な圧力 p_∞ 中に置かれた容器に密度が ρ の液体が入っている。容器には長さ L の一様な太さの細い管が水平に取り付けられている。液面の管中心軸からの高さは h である。管の入口を 1, 出口を 2 とする。時刻 $t=0$ で管の出口 2 に設けられたコックを急に開く。管の出口 2 から流出する液体の流速を q とする。液体は非粘性・非圧縮性の渦なし流れで、容器の大きさは十分に大きく、流出に伴う液面の高さ h の変化は無視できると仮定する。重力加速度の大きさを g とする。

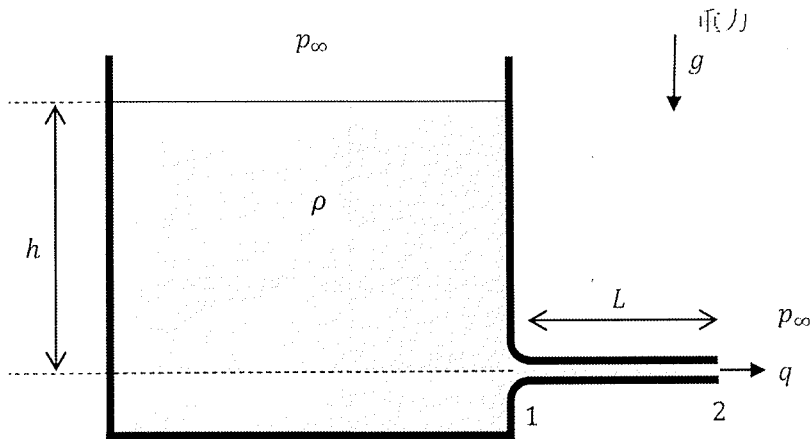


図 1

第 1 問

コックを開いてから十分時間が経ち定常流とみなせる時、管の出口 2 から流出する液体の流速 q_∞ を求めよ。

第 2 問

流体の Euler の運動方程式は (1) 式で与えられる。

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = \vec{g} - \frac{\text{grad } p}{\rho} \quad (1)$$

(次ページへ続く)

ここで、 \vec{v} は流体の速度ベクトル、 p は流体の圧力、 \vec{g} は重力加速度ベクトルである。速度ポテンシャルを ϕ とするとき、(1)式から(2)式を導け。

任意のベクトル \vec{A} に対する $(\vec{A} \cdot \text{grad})\vec{A} = \text{grad} \left(\frac{|\vec{A}|^2}{2} \right) - \vec{A} \times \text{rot} \vec{A}$ の関係を使っても良い。

$$\text{grad} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 + \frac{p}{\rho} \right) = \vec{g} \quad (2)$$

第3問

管の出口 2 から流出する液体の流速 q を時間 t の関数として表せ。また、 $t \rightarrow \infty$ のとき、 $q \rightarrow q_\infty$ となることを示せ。

第4問

管の入口の圧力 p_1 を時間 t の関数として表せ。

固体力学（午前）

第1問

図1に幅 b 、長さ L の片持ちのハニカムサンドイッチ梁を示す。2枚の表面板の厚さとヤング率を t と E とする。ハニカム製のコアの高さと等価せん断弾性係数を h と G_c とする。また、分布荷重と曲げ変位を $p(x)$ と $w(x)$ とする。簡単のために、以下を仮定する。

- ・コアは x 方向の軸力を伝えない。
- ・ $h \gg t$ であるため、近似的に $(h - t)$ は h と表される。
- ・表面板の曲げ剛性を考慮しない。
- ・表面板とコアの曲げ変位 $w(x)$ は z に関係なく等しい。

図1の長さ dx の微小要素について、図2と図3に力のつり合いと変形をそれぞれ示す。表面板の x 方向の軸力と変位、コアのせん断力を $F(x), u(x), Q(x)$ とする。以下の設問に答えよ。

1. 図2を用いて、コアの z 方向の力の釣り合い式、及び、モーメントの釣り合い式を求めよ。
2. フックの法則より、 $F(x)$ と $u(x)$ の関係を表す方程式を導け。
3. $u(x)$ と $p(x)$ の関係を表す方程式を導け。
4. コアの xz 面内のせん断ひずみ γ_{xz} を、図3を用いて求めよ。
5. $u(x)$ と $w(x)$ の関係を表す方程式を導け。
6. $p(x)$ を与えるかわりに、 $x = L$ において $+z$ 方向に集中荷重 P を与えたときの $w(x)$ を求めよ。

第2問

第1問のサンドイッチ梁に図4の正六角形ハニカムコアを用いる。ハニカムコアと表面板はヤング率 E 、密度 ρ 、ポアソン比 ν の同じ材料で製作されている。全てのハニカム壁面の一辺の長さ、厚さは a, e である。ハニカム壁面の材料のせん断弾性係数を G とすると、ハニカムコアの等価せん断弾性係数 G_c は

$$G_c = \frac{\sqrt{3}eG}{3a} \quad (1)$$

と表される。

第1問の小問6の解より求められた曲げ変位 $w(L)$ を、梁の単位長さ当たりの質量 μ が一定の条件の下で、できる限り小さくするように h を設定する。梁の長さ L を大きくしていく場合にその最適な h が増加するか減少するかについて説明するとともに、最

(次ページへ続く)

適な h の漸近値を求めよ。座屈を考慮する必要は無い。必要ならば、以下の式(2)を用いよ。

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2)$$

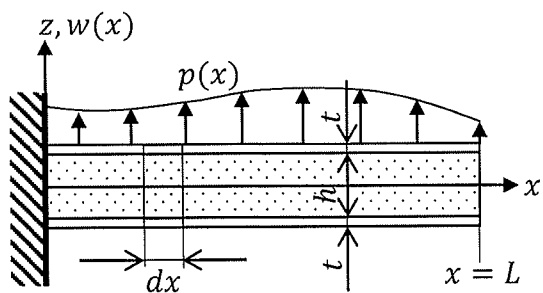


図 1

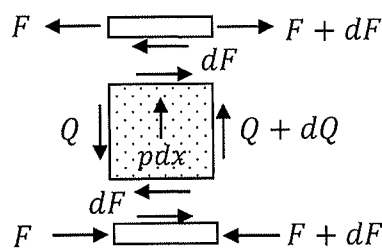


図 2

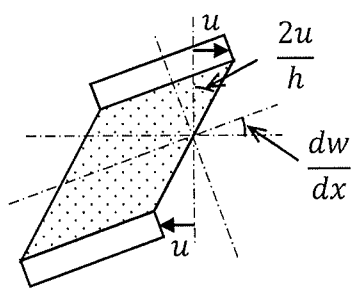


図 3

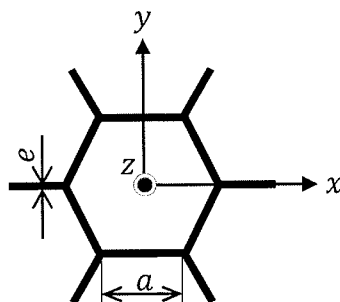


図 4

航空宇宙システム学（午前）

図1のように2つの台車をバネとダンパで接続した系を考える。 k_1 と k_2 はバネのばね定数、 c_1 と c_2 はダンパの減衰係数、 M_1 と M_2 は台車1と台車2の質量である。 $x_1(t)$ と $x_2(t)$ は台車1と台車2の水平方向位置であり、2つのバネがどちらも自然長である状態をそれぞれの原点とする。台車2に水平方向の力 $f(t)$ を加えると台車が動く。台車の位置と台車に加える力はいずれも右向きを正とする。台車は床面を水平方向に滑らかに動き、タイヤの慣性モーメントは考慮しない。壁と床は動いたり変形したりすることはない。以下の設問に答えよ。解答に必要な仮定や、変数、定数があれば、それらを定義した上で使うこと。

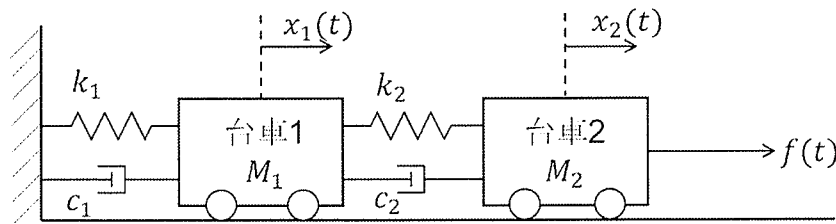


図1

第1問

状態変数ベクトルを $[x_1 \ x_2 \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2]^T$ 、入力変数を $f(t)$ とする。 \dot{x} は x の時間微分とする。このシステムの状態方程式を示せ。

第2問

ポテンシオメータを用いて $x_1(t)$ の値のみを直接観測できるとする。出力変数を $y(t) = x_1(t)$ とすると、このシステムの入出力方程式を示せ。

以降では、 $k_1 = k_2 = c_1 = c_2 = M_1 = M_2 = 1$ として考える。このとき、このシステムの状態方程式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f$$

第3問

このシステムの可観測性について確かめよ。なお、状態変数、入力変数、出力変数は第1問、第2問と同じように定義する。

（次ページへ続く）

第4問

$f(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$ のラプラス変換を $F(s)$, $X_1(s)$, $X_2(s)$ とする。このとき, $F(s)$ から $X_1(s)$ への伝達関数 $G(s)$ を求めよ。

第5問

$f(t)$ は台車2の車輪をモータで回転させることで生み出すとし, モータへの入力電力を $w(t)$ とする。このときモータへの入力電力 $w(t)$ を制御量とし, 観測量 $x_1(t)$ を用いた比例フィードバック制御を考える。 $x_1(t)$ の目標値を $r(t)$ で与え, そのラプラス変換を $R(s)$ とする。 $w(t)$ のラプラス変換を $W(s)$ とし, $W(s)$ から $F(s)$ への伝達関数を $H(s)$ とする。フィードバック制御の比例ゲインを K とする。この制御システムを表すブロック線図を K , $G(s)$, $H(s)$, $R(s)$, $W(s)$, $F(s)$, $X_1(s)$ を用いて描け。

第6問

第5問で定義したフィードバック制御系において, $H(s) = \frac{1}{s+1}$ とするとき, この系が安定であるための K の条件を求めよ。

推進工学（午前）

排熱からエネルギーを得る技術が注目されている。そこで高温熱源（温度 T_H ）と低温熱源（温度 T_L ）を利用するスターリングエンジンと熱電発電機の性能について考える。 $T_H/T_L = 1.3$ とする。

第1問

スターリングエンジンは、シリンダー内に密閉された気体を外部から加熱・冷却し、その体積の変化（加熱による膨張と冷却による収縮）により仕事を得的熱機関であり、等温圧縮、定積加熱、等温膨張、定積冷却の各過程よりなる。エンジン圧縮比を σ 、シリンダー内の気体を質量 m 、気体定数 R 、比熱比 1.4 の完全気体と仮定し、以下の問いに答えよ。

1. 圧力-体積線図および温度-エントロピー線図を描け。
2. 定積加熱過程において気体が外部にする仕事、内部エネルギー変化、高温熱源から得られるエネルギーを求めよ。
3. 等温膨張過程において気体が外部にする仕事、内部エネルギー変化、高温熱源から得られるエネルギーを求めよ。
4. 理論熱効率を計算せよ。 $\ln \sigma = 1.5$ とする。
5. 定積冷却過程において低温熱源に失われるエネルギーが定積加熱過程で可逆的に加熱に利用できるとき、理論熱効率を計算せよ。

第2問

熱電発電機は、2つの異なる導電性素材を図1に示すように一方を高温熱源、他方を低温熱源に接触させて回路に電位差 $V = \varepsilon(T_H - T_L)$ を生じさせる装置であり、熱電係数 ε は2つの素材の組み合わせで決まる。回路に電流 I が流れると高温熱源部で $Q_\varepsilon = \varepsilon I T_H$ の吸熱（熱流束から電力への変換）が起こる。2つの素材の合成熱伝導率を Λ とし、以下の問いに答えよ。各物性値の温度依存性はないものとする。

1. 導電性素材（合成内部抵抗 r ）中で発生するジュール熱 rI^2 が高温熱源部と低温熱源部に半分ずつ分配されるとしたとき、高温熱源から得られる熱流束 Q を求めよ。
2. この回路を負荷抵抗（抵抗 r_L ）につないで得られる電力 $r_L I^2$ を計算せよ。ただし、 $r = 0.40 \times 10^{-3} \Omega$ 、抵抗比 $r_L/r = 1.5$ 、 $\varepsilon = 0.40 \times 10^{-3} \text{ V/K}$ 、 $T_L = 300 \text{ K}$ 、 $\Lambda = 0.10 \text{ W/K}$ とする。

（次ページへ続く）

3. 上記2.の理論効率（高温熱源から得られる熱流束から負荷抵抗で取り出せる電力への変換率）を計算せよ。
4. r_L が可変であるとき，理論効率が最大となる抵抗比 r_L/r を計算せよ。平方根はそのままでよい。
5. 内部抵抗で発生するジュール熱と導電性素材中の熱伝導の効果が小さくて無視できるとき，理論効率を求めよ。

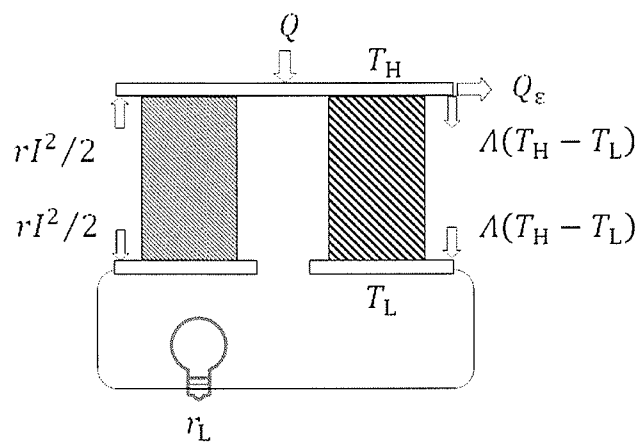


図1 熱電発電機回路の模式図

